

# **Fundamentos y Aplicaciones de las Matemáticas Financieras**

**ESP. PABLO ENRIQUE CALDERON DIAZ**

# \* CONCEPTOS BÁSICOS

## INTRODUCCIÓN.

En toda actividad comercial y financiera se acostumbra pagar un interés por uso del dinero prestado. La gran fuente de ingresos de las Entidades Financieras es originada por los intereses de los usuarios.

## INTERÉS

- ❖ Es el precio que se paga por usar el dinero de otro en un tiempo determinado.
- ❖ Valor del dinero en el tiempo.
- ❖ Utilidad o ganancia que genera un capital o rendimiento de una Inversión.

Por un dinero que se presta es necesario pagar un precio. Este precio está representado por una suma que se debe pagar en el plazo estipulado, este valor se denomina interés.

Cuando se invierte un capital en un negocio o inversiones se espera recuperar un mayor valor de la suma invertida, esta utilidad del capital o de la inversión, se llama tasa de retorno que la podemos asimilar a la tasa de interés, en otras palabras, la utilidad de la inversión es igual al interés del capital aportado.

# \* INTERÉS SIMPLE

Se dice que una operación comercial o financiera se maneja con interés simple cuando los intereses no generan intereses.

## CARACTERÍSTICAS DEL INTERÉS SIMPLE

- El capital inicial no varía durante el tiempo de la operación ya que los intereses no se suman al capital.
- Los intereses solo se aplican al capital inicial.
- Los intereses serán siempre iguales para cada uno de los periodos.

Para dar claridad a las definiciones anteriores se expone el siguiente ejemplo:

# \*EJEMPLO

*El Señor Carvajal, prestó \$ 1.000.000 de pesos al Señor Cañas, para que le devuelva \$ 1.100.000 de pesos dentro de dos meses.*

Aquí se aprecia que el Señor Carvajal se gana \$ 100.000 por prestarle el \$ 1.000.000 al Señor Cañas. Los \$ 100.000 pesos son los intereses que se ganó en los dos meses o sea \$ 50.000 cada mes. Del ejemplo anterior se deduce lo siguiente:

1. El \$ 1.000.000 del Señor Carvajal representa el capital invertido. Esto también se llama valor presente y lo representamos en este libro con la palabra **P**, también se denomina **C**= Capital Invertido o prestado.
2. El \$ 1.100.000 pagados por el Señor Cañas representa el dinero y lo representamos con la letra **F** que significa valor futuro.
3. \$ 100.000 representan los intereses ganados por el Señor Carvajal en los dos meses y lo representamos con la letra **I**

De aquí resulta la siguiente fórmula:

$$I = F - P$$

1

I = Interés

P= Valor Presente

F= Valor Futuro

$$I = 1.100.000 - 1.000.000$$

$$I = 100.000$$

Si en los dos meses los intereses fueron de \$ 100.000 esto quiere decir que \$ 50.000 son los de un mes. Si queremos conocer el porcentaje se ejecuta la siguiente operación:

$$\frac{50.000}{100.000} = 0,05$$

Esto corresponde al índice porcentual que para expresarlo en porcentaje lo multiplicamos por 100 o sea,  $0.05 \times 100$  equivale al 5%.

Otra forma de calcular los intereses es aplicar la fórmula aprendida en la secundaria que es aplicar fórmula siguiente:

$$I = C * R * T \quad 2$$

Donde:

I = Interés

C = Capital = 1.000.000

R = Rata o Tasa de Interés = 5% = 0.05

T = Tiempo = 2 meses

Con base en el ejemplo anterior

$$I = 1.000.000 \times 0.05 \times 2$$

$$I = 100.000$$

# REPRESENTACIÓN GRÁFICA.

Una de las técnicas para la solución de problemas de Matemáticas financieras o del valor del dinero a través del tiempo es la representación gráfica que consiste en trasladar la información del problema o sus datos, a un diagrama que nos permita visualizar y controlar la solución que le estamos dando. La representación gráfica se inicia trazando una línea horizontal que nos permite ver el tiempo que dura la transacción.



Si las operaciones se realizan mensual, bimestral, trimestral, etc. Dividirá esa línea horizontal en el número de veces que dura la operación.



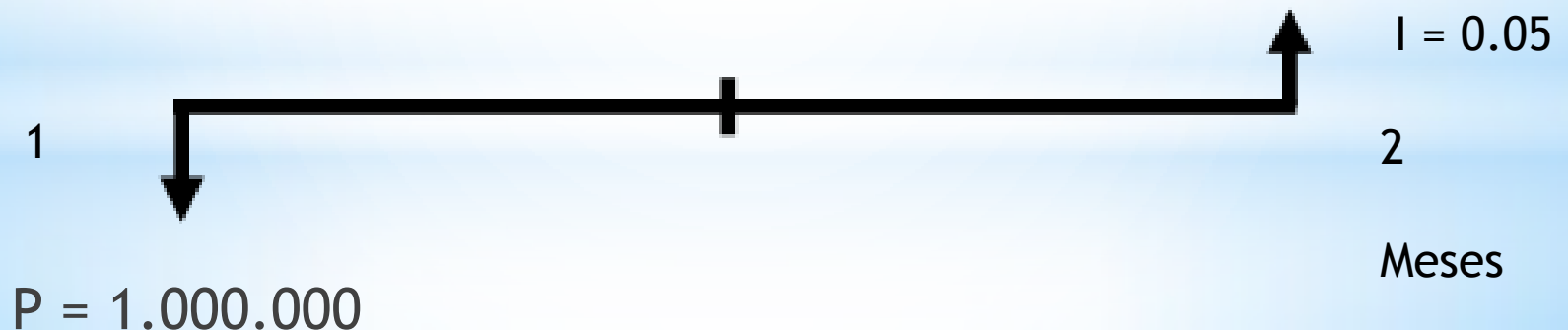
# Ejemplo

Si una operación dura 8 trimestre la línea horizontal estará dividida en 8 partes.



Las flechas hacia arriba en una línea de tiempo representan los ingresos a caja. Las flechas hacia abajo en una línea de tiempo representan los egresos de caja.

Si representamos el ejemplo del Señor Carvajal en una línea de tiempo quedará así:  **$F = 1.100.000$**





Volviendo a retomar la formula

$$I = C * R * T \quad 2$$

Podemos cambiar algunos términos como son:

**C** = Capital por **P** valor Presente

**R** = Rata por **i** tasa de interés

**T** = Número de periodos **n**

**I** = Interés

Nos quedaría entonces así:  $I = P * n * i$

Si despejamos nos queda así:

$$P = \frac{I}{n * i}$$

$$i = \frac{I}{P * n}$$

$$n = \frac{I}{P * i}$$

Para calcular el valor futuro volvemos a la fórmula:

$$\textcircled{1} \quad I = F - P; \text{ despejando } F = P + I$$

Pero como  $I$  es igual  $P * n * i$ ;  $F = P + P * n * i$

Entonces factorizando nos queda:

$$\textcircled{3} \quad F = P (1 + n * i)$$

De la fórmula (3) podemos calcular:

$$P = \frac{F}{1+n*i} \quad i = \frac{F - P}{P*n} \quad n = \frac{F - P}{P*i}$$

Ahora para dar mayor claridad definimos cada uno de los componentes de la formula 3.

**Valor Presente:** Es la suma de dinero que toma o se entrega en préstamo hoy. El valor presente indica una cantidad de dinero ubicado en el periodo cero, y se representa con la letra P, en otros libros con las letras VP.

**Valor Futuro:** Es la suma de dinero recibida o pagada por un préstamo en un futuro, está ubicado al final de un periodo n y se representa con la letra F y en otros libros con las letras VF.

**Tasa de Interés:** Es la relación entre el interés y el valor presente. Generalmente se expresa en porcentaje y se representa con la letra i. **Periodo de Pago:** Son los intervalos de tiempo durante los cuales el valor presente gana interés. Los periodos pueden ser anuales, semestrales, trimestral, mensuales, etc.

# \* PROBLEMAS RESUELTOS....

Luisa Cañas, deposita hoy  
reconoce el 2% mensual.  
primer año?

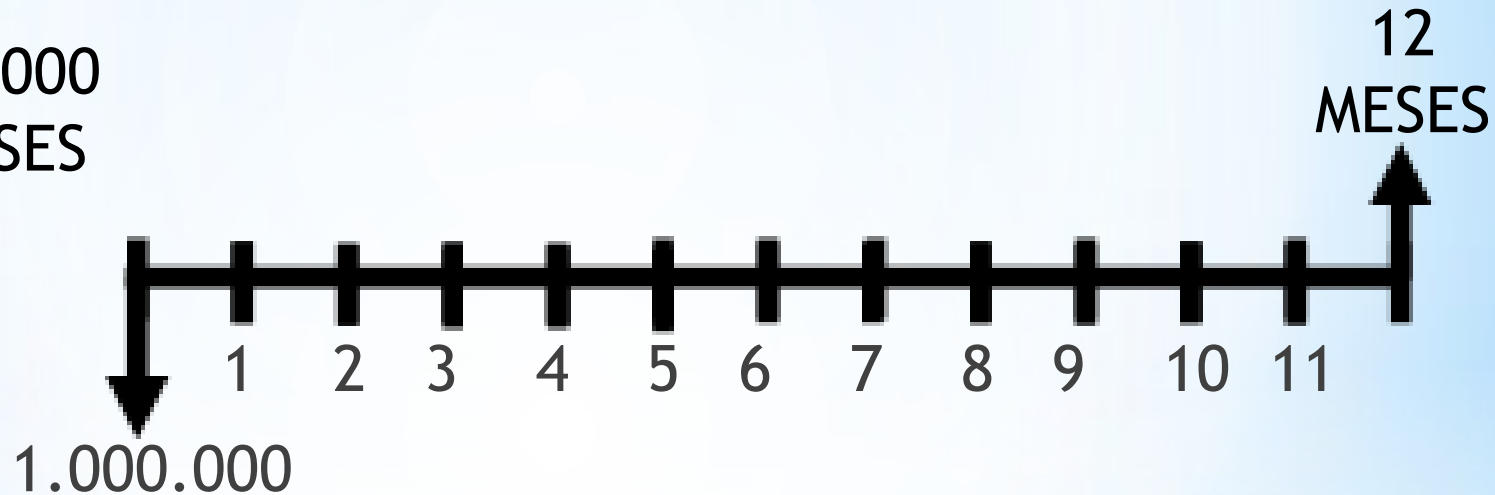
\$ 1.000.000 en el Banco que  
¿Cuánto retirará al final del

$$P = 1.000.000$$

$$N = 12 \text{ MESES}$$

$$I = 2\%$$

$$F = ?$$



$$F = P ( 1 + ni )$$

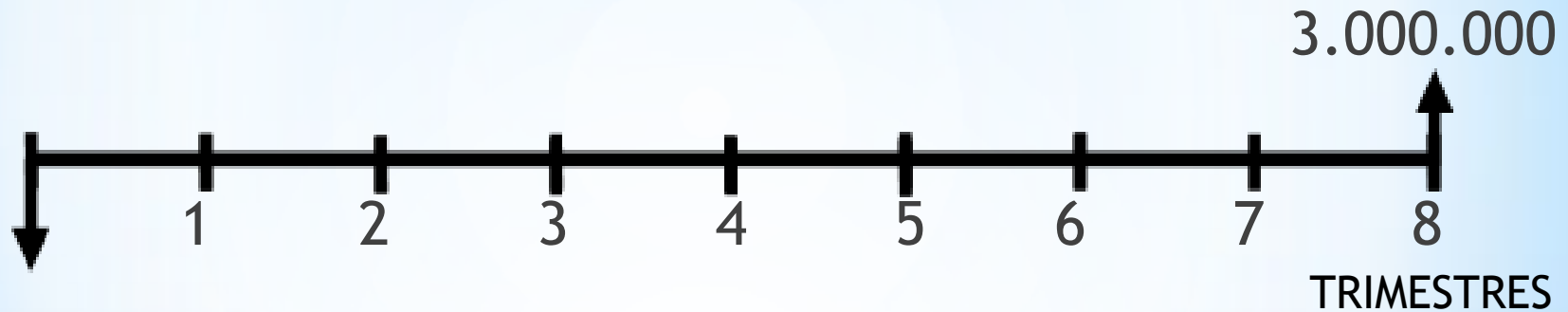
$$F = 1.000.000 ( 1 + 12 \times 0.02 )$$

$$F = 1.000.000 (1.24)$$

$$F = 1.240.000$$

# PROBLEMAS RESUELTOS....

¿Cuánto tengo que depositar hoy, si dentro de 8 trimestres quiero tener \$ 3.000.000 y el banco reconoce el 8% trimestral?



$$F = 3.000.000$$

$$i = 0,08$$

$$n = 8 \text{ Trimestres}$$

$$P = ?$$

$$P = \frac{F}{1+n*i}$$

$$P = \frac{3.000.000}{1 + 8 * 0,08}$$

$$P = \frac{3.000.000}{1,64}$$

$$P = 1.829.268,29$$

# PROBLEMAS RESUELTOS....

Hoy deposité \$ 1.000.000 en un Banco y dentro de 12 meses recibo la suma de \$ 1.360.000 ¿Qué interés mensual me reconocieron?

$$P = 1.000.000$$

$$F = 1.360.000$$

$$n = 12 \text{ meses}$$

$$i = ?$$

$$i = \frac{F - P}{P * n}$$

$$i = \frac{1.360.000 - 1.000.000}{1.000.000 * 12}$$

$$i = \frac{360.000}{12.000.000}$$

$$i = 0,03$$

$$i = 3 \%$$

# PROBLEMAS RESUELTOS....

Con base en el ejemplo anterior decimos, hoy deposito \$ 1.000.000 en un Banco que reconoce el 3% ¿En cuantos meses tendré \$ 1.360.000?

$$i = 0,03$$

$$P = 1.000.000$$

$$F = 1.360.000$$

$$n = ?$$

$$n = \frac{F - P}{P * i}$$

$$n = \frac{1.360.000 - 1.000.000}{1.000.000 * 0,03}$$

$$n = \frac{360.000}{30.000}$$

$$n = 12$$



# PROBLEMAS RESUELTOS....

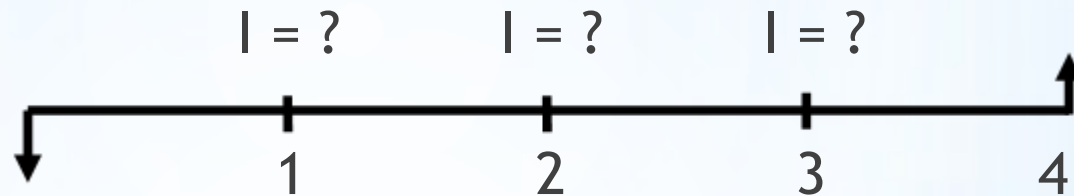
Rubén Cañas deposita \$ 4.000.000, por un año en el banco que reconoce una tasa de Intereses trimestrales del 5%, el interés es cancelado trimestralmente. ¿ Que suma recibe Rubén trimestralmente?

$$P = 4.000.000$$

$$i = 0.05$$

$$n = 1$$

$$I = ?$$



Lo podemos hacer de dos formas:

**Primera:** Como habíamos definido que interés era capital por rata por tiempo;  $I = C * R * T$  esto es lo mismo que  $I = P * i * n$ .

$$I = 4.000.000 \times 0.05 \times 1$$

$$I = 200.000$$

Esto significa que cada trimestre Rubén puede retirar \$ 200.000 pesos.

# PROBLEMAS RESUELTOS....

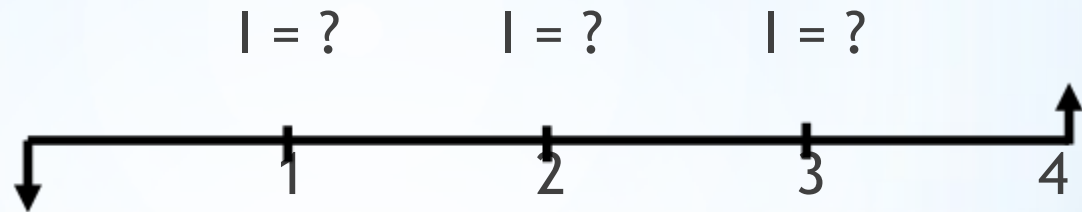
Rubén Cañas deposita \$ 4.000.000, por un año en el banco que reconoce una tasa de Intereses trimestrales del 5%, el interés es cancelado trimestralmente. ¿ Que suma recibe Rubén trimestralmente?

$$P = 4.000.000$$

$$i = 0.05$$

$$n = 1$$

$$I = ?$$



Lo podemos hacer de dos formas:

**Segunda:** Calculando el valor futuro para un periodo.

$$F = P ( 1 + n * i )$$

$$F = 4.000.000 ( 1 + 0.05 * 1 )$$

$$F = 4.200.000$$

$$I = F - P$$

$$I = 4.200.000 - 4.000.000$$

$$I = 200.000$$

# PROBLEMAS PROPUESTOS...

Hoy deposito \$ 2.500.000 en una cuenta que reconoce el 22% anual. ¿Cuánto dinero tendré dentro de 2 años?.

Respuesta \$ 3.600.000.

Si deseo tener dentro de 3 años \$ 4.000.000, ¿Cuanto tengo que ahorrar hoy, si el Banco reconoce el 18% anual?

Respuesta \$ 2.597.403.

¿Qué capital produce un interés mensual de \$ 280.000 si el Banco reconoce el 1.5% mensual?

Respuesta \$ 18.666.667.

Luisa Mojica prestó la suma de \$ 15.000.000 y recibe trimestralmente \$ 900.000 por concepto de intereses ¿ A qué tasa trimestral prestó el dinero?

Respuesta 6% Trimestral.